بسم الله الرحمن الرحيم

تئوری الاستیسیته و مدلسازی رفتار مواد

چن، وای– فا

ترجمه:

دکتر محمود یحیایی

شماره ۲۸۰

سرشناسه: چن، وای-فا، ۱۹۳۶ - م. Chen, Wai-Fah
عنوان و نام پدیدآور: تئوری الاستیسیته و مدلسازی رفتار مواد/ مولف وای-فا چن؛ ترجمه محمود یحیایی.
مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری: ۴۴۲ص.
فروست: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ ۲۸۰.
شابک: ۸-۹۴-۸۷۰۳-۹۶۴-۹۷۸ **ISBN: 978-964-8703-94-8**
وضعیت فهرست نویسی: فیپا.
یادداشت: کتاب حاضر ترجمه جلد اول کتاب Constitutive equations for engineering materials, 2nd. ed , 1994 تحت عنوان Elasticity and modeling است.
موضوع: آنالیز ارتجاعی (مهندسی)
سازه، تجزیه و تحلیل
تحلیل خمیری
شناسه افزوده: یحیایی، محمود، ۱۳۴۰ -، مترجم
شناسه افزوده: تکنولوژی اطلاعات -- جنبه‌های اقتصادی
رده‌بندی کنگره: ۱۳۹۰ چ۹ت TA۶۵۳/۹
رده‌بندی دیویی: ۶۲۴/۱
شماره کتابشناسی ملی: ۲۴۱۰۶۷۱

ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی **press.kntu.ac.ir**

عنوان: تئوری الاستیسیته و مدلسازی رفتار مواد
مؤلف: چن، وای- فا
مترجم: دکتر محمود یحیایی
ویرایش: دوم
نوبت چاپ: دوم
تاریخ انتشار: دی ۱۴۰۲
شمارگان: ۲۰۰ جلد
چاپ و صحافی: آرمانسا
قیمت:

خیابان میرداماد غربی- شماره ۴۷۰- انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تلفن: ۸۸۸۸۱۰۵۲
میدان ونک - خیابان ولی‌عصر(عج) - بالاتر از چهارراه میرداماد - شماره ۲۶۲۶- مرکز پخش و فروش انتشارات
تلفن: ۸۸۷۷۲۲۷۷ رایانامه: press@kntu.ac.ir - تارنما (فروش برخط): press.kntu.ac.ir

فهرست مطالب

فصل ۲

فصل ۳

فصل ۴

فصل ۵

فصل ۶

مقدمه

در حل یک مسئله مکانیک جامدات در هر لحظه از زمان معادلات ذیل باید ارضاء شوند:

۱- معادلات تعادل یا حرکت

۲- شرایط هندسی یا سازگاری کرنش ها و تغییر مکانها

۳- قوانین ساختاری مواد یا روابط تنش-کرنش

از دیدگاه تعادل یا حرکت تنش ها در داخل یک جسم با نیروهای حجمی و نیروهای وارد بر سطح آن جسم باید با هم مرتبط شوند. سه معادلهٔ تعادل وجود دارد که با شش مؤلفهٔ تانسور تنش برای یک محیط پیوسته باهم مرتبط اند. در مسائل خطی این معادلات شامل کرنش ها و تغییر مکان ها نمی شوند اما در مسائل غیرخطی اغلب این مؤلفه های سازگاری وجود دارند. در مسائل دینامیکی معادلات تعادل با معادلات حرکت جایگزین شده و شامل مشتق دوم تغییر مکان ها می شوند. این اولین مجموعه یا دستگاه معادلات است.

از شرایط سازگاری یا سینماتیکی، می توان کرنش های داخل جسم را با تغییرمکان های آن مرتبط نمود. شش معادلهٔ سینماتیکی وجود دارد که شش مؤلفهٔ تانسور کرنش را در قالب سه مؤلفهٔ تغییرمکان تعریف می کنند. این معادلات را روابط کرنش-تغییرمکان می نامند و دومین دستگاه معادلات را تشکیل می دهند.

طبعاً هر دو معادلات تعادل و معادلات سینماتیک مستقل از مواد تشکیل دهندهٔ یک جسم می باشند. اثرات مواد در دستگاه معادلات سومی تعریف می شود که به آنها معادلات ساختاری می گویند. این معادلات روابط بین تنش ها و کرنش ها را تعریف می کنند. اگر این معادلات خطی باشند بعنوان قوانین هوک معروفند.

این شش مؤلفهٔ تنش، شش مؤلفهٔ کرنش و سه مؤلفهٔ تغییرمکان با سه معادلهٔ تعادل، شش معادلهٔ سینماتیک و شش معادلهٔ ساختاری با یکدیگر مرتبط می شوند. این پانزده کمیت مجهول از پانزده معادلهٔ فوق الاشاره تعیین می شوند.

همانطورکه همهٔ مهندسین عمران می دانند موادی نظیر فولاد، بتن، چوب، خاک و سنگ دارای رفتار الاستیک خطی در همهٔ محدودهٔ بارگذاری نمی باشند و در حقیقت رفتار واقعی این مواد پیچیده بوده و تحت شرایط مختلف رفتار متفاوتی دارند. لذا برای کاربردهای مختلف باید

فرضیاتی را در نظر گرفت تا مدل ریاضی مناسبی را بوجود آورد. هیچ مدل ریاضی واحدی را نمی توان برای تعریف این رفتار پیچیده آنها بدست آورد. هریک از مدلهای رفتاری مواد دربرگیرنده پدیده های معینی است که پارامترهای کم اهمیت تر را ندیده می گیرد. برای مثال قانون هوک در مهندسی سازه و ژئوتکنیک برای تعریف رفتار کلی سازه و خاک تحت بارگذاری کوتاه مدت بطور وسیعی استفاده می شود، اما نمی تواند رفتار یک سازه یا اندرکنش سازه-خاک را در شرایط مقاومت نهائی پیش بینی نماید زیرا تغییرشکل های پلاستیک در این سطح از بارگذاری حاکم می شود در حالیکه تغییرشکل های الاستیک از اهمیت کمتری برخوردار است. کتاب حاضر می تواند در مهندسی سازه و ژئوتکنیک و مواد در سطح کارشناسی ارشد و دکترا در مهندسی عمران و مکانیک مواد مورد استفاده قرار گیرد.

پیشگفتار

کتاب حاضر عمدتاً ترجمه ای است از کتاب چن کـه چهـار فصـل اول آن از سـال ۱۳۷۵ در درس تئوری الاستیسیته و پلاستیسیته برای دوره کارشناسی ارشد سازه و سازه های هیـدرولیکی در دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی توسـط اینجانـب تـدریس مـی شـود. قبـل از آن مراجـع دیگری که عمدتاً بر مبنای روش کلاسیک تیموشنکو بود استفاده می شد. مزیت این کتـاب بحـث تئوری الاستیسیته بطور کامل در محدودهٔخطی و غیرخطی بدون استفاده از فرمولهای زیاد و افـزون بر اطلاعات معمول مهندسی سازه در ریاضیات بوده و همچنین ایجـاد زمینـه و زیربنـای لازم بـرای کاربرد اجزای محدود می باشد. تئوری و رفتار بـتن در محـدودهٔ الاسـتیک غیرخطـی و تئوریهـای شکست این مصالح به تفصیل ارائه شده است. نتایج تحقیقات و مدلهای ساختاری مربوط به فـولاد و بتن تا سالهای اخیر نیز گزارش شده است. بخشی از هدف ایـن کتـاب بحـث روش هـای جدیـد مدلهای ساختاری مهندسی مواد بر پایه تئوری الاستیسیته و بخش دیگر بر ارائه تکنیک های آسـان و فشرده مدلسازی ریاضی برای رفتار مواد در آنالیز اجزامحدود برای مهندسین عمران بطور عـام و مهندسین سازه و مواد بطور خاص می باشد.

برخود لازم می دانم از کلیه دانشجویانی که در تهیه این کتاب نقش داشـته انـد سپاسـگزاری نمایم. از این میان از تلاشهای آقایان مهندس علی مشیری و مهندس حامد زنگانه در بازخوانی مـتن و فرمول ها و تهیه شکل ها کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از هرگونه تـذکر یـا پیشـنهاد در جهـت رفـع نـواقص و اشـتباهات موجـود صـمیمانه اسـتقبال مـی شـود. همچنـین از زحمـات مسـئولین و کلیـه پرسـنل انتشـارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی سپاسگزاری نمایم.

محمود یحیائی

پاییز ۱۳۸۴

فصل ۱

بردارها و تانسورها

۱-۱ مقدمه

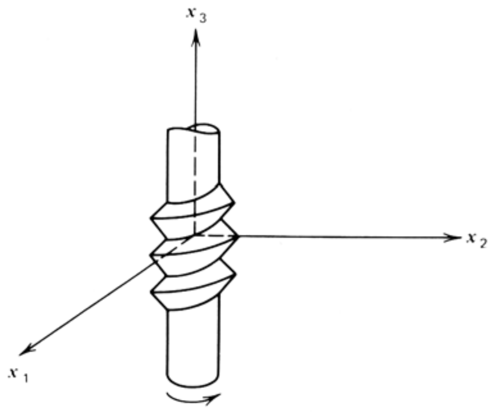
استفاده از علائم برداری و تانسوری در ادبیات جاری زمانیکه صحبت از تنش، کرنش و معادلات ساختاری می‌شود، بسیار مرسوم است. بنابراین اطلاعات اولیه و پایه از این علائم برای نمایش خواص واقعی و درست مصالح بکار رفته، لازم است. برتری و حسن چنین علائمی بر شکل بسط یافته فرمولها در آن است که فرمولها بصورت کوتاه و خلاصه نوشته می‌شود و بجای آنکه توجه و وقت صرف نوشتن فرمولها شود به اصول و مبانی فیزیکی روابط توجه خواهد شد.

مطالبی که در ذیل می‌آید صرفاً به کاربرد بردارها و تانسورها در تنش و کرنش و روابط آنها در محدودهٔ خطی و غیرخطی، محدود می‌شود.

۱-۲ سیستم مختصات

در حال حاضر ما خود را به سیستم کارتزین محدود می‌کنیم. در فضای سه بعدی سیستم محورهای مختصات کارتزین بصورت سه محور عمود بر هم x-,y-,z- نشان داده می‌شوند. برای ساده کردن آنها را می‌توان بصورت x_1-, x_2-, x_3 نشان داد.

همچنان که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است با استفاده از قانون دست راست محورهای x_2- و x_3- در داخل صفحهٔ کاغذ قرار می‌گیرند و محور x_1- بسمت خواننده رسم می‌شود.



شکل ۱-۱ علامت پیچ دست راست

در این علامت، محورها موازی هستند که بترتیب: انگشت وسط بطرف بیننده، شست بطرف راست و انگشت سبابه بطرف بالا می‌باشند.

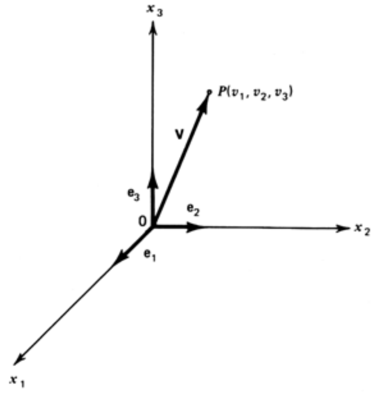
جهت مثبت در شکل (۱-۱) نشان داده شده است. اگر ما یک پیچ راست گرد را در نظر بگیریم، چرخش محور x_1 بطرف محور x_2 یک حرکت مثبت است حول محور x_3. حرکت مشابه در جهت مثبت با انتخاب دوره‌ای اندیس‌های ۱، ۲ و ۳ امکان‌پذیر است.

به همین دلیل شکل (۱-۱) را سیستم مختصات دست راست می‌نامند. اگر محور x_3- را بطرف پائین علامت بگذاریم به آن سیستم مختصات دست چپ می‌گویند. توجه شود که دو سیستم مختصات راست گرد که دارای یک مرکز می‌باشند را می‌توان چرخاند تا محورهای آنها بر روی یکدیگر منطبق گردند. این قانون برای دو سیستم مختصات چپ گرد نیز صادق است. در این کتاب ما از سیستم (قانون) دست راست استفاده خواهیم نمود.

۱-۳ جبر بردارها

یک بردار کمیتی است که دارای بزرگی و جهت است برخلاف یک عدد که فقط بزرگی دارد. به عنوان مثال سرعت یک بردار است و درجه یک عدد. معمولاً بردار را با یک پیکان نمایش می‌دهند که در جهت یک بردار که طولش متناسب با بزرگی آن است، رسم می‌شود.

بردارهای یکه e_3, e_2, e_1 در شکل (۱-۲) در امتداد سه محور عمود بر هم رسم شده‌اند. بردار یکه e_1، برای مثال دارای طول واحد (که از مرکز اندازه گرفته شده است) می‌باشد و در امتداد محور x_1- قرار دارد. بنابراین e_1 الزاماً عمود بر محور x_2- و x_3- است.



شکل ۱-۲ موقعیت و بردارهای یکه در محورهای مختصات کارتزین

نقطه‌ای دلخواه مانند P در فضا با مختصات v_3, v_2, v_1 را می‌توان با بردار OP یا $\boldsymbol{V}$ نشان داد. بردار $\boldsymbol{V}$ ممکن است بصورت ترکیبی از بردارهای $\boldsymbol{V_3}$, $\boldsymbol{V_2}$, $\boldsymbol{V_1}$ دانست بنابراین:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V_1}+\boldsymbol{V_2}+\boldsymbol{V_3} \qquad (۱-۱)$$

و یا در قالب بردارهای یکه:

$$\mathbf{V} = v_1\mathbf{e}_1 + v_2\mathbf{e}_2 + v_3\mathbf{e}_3 \qquad (۲-۱)$$

که در این رابطه v_3, v_2, v_1 مقادیر عددی می‌باشند. رابطه بالا را می‌توان بصورت ساده و خلاصه زیر نوشت:

$$\mathbf{V} = \left(v_1, v_2, v_3\right) \qquad (۳-۱)$$

ترتیب ضرایب عددی در شکل فوق بوضوح از اهمیت زیادی برخوردار است.

این موضوع از تشابه بسیار نزدیک علامت بردار $\boldsymbol{V}$ با نقطهٔ P در مختصات کارتزین قابل ادراک است.

معمولاً $\boldsymbol{V_3}$, $\boldsymbol{V_2}$, $\boldsymbol{V_1}$ مؤلفه‌های $\boldsymbol{V}$ و یا برعکس بردار $\boldsymbol{V}$ پس از تجزیه به مؤلفه‌های فوق تبدیل می‌شود. نقطه‌ای که بردار بر آن وارد می‌شود معمولاً قابل درک است و لازم نیست که بطور جداگانه تعریف و یا مشخص شود. در شکل (۱-۲) بردار $\boldsymbol{V}$ بطور اتفاقی بر مرکز مختصات وارد شود.

بردارهای $\boldsymbol{V}$ و $\boldsymbol{U}$ زمانی مساوی می‌باشند که مؤلفه‌های آنها تک تک با یکدیگر برابر باشند. به عبارت دیگر شرط برابری دو بردار بصورت زیر است:

$$v_1 = u_1 \qquad v_2 = u_2 \quad , \quad v_3 = u_3 \qquad (٤-۱)$$

و یا بطور خلاصه:

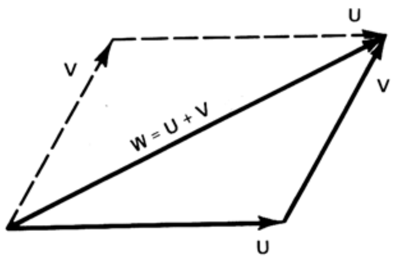
$$v_i = u_i \ , \quad i = 1,2,3 \tag{۱-۵}$$

در کل برابری با رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$v_i = u_i \tag{۱-۶}$$

چون اندیس، مشخص نشده است، رابطه باید برای تمام مقادیر ممکن اندیس صادق باشد. اگر بردار $\boldsymbol{V}$ در یک عدد مثل α ضرب شود، $\alpha\mathbf{V}$ با بردار جدیدی تعریف می گردد که روی همان بردار منطبق و در همان جهت است، اما بزرگی آن α برابر شده است. اگر α منفی باشد جهت بردار عوض می‌شود.

جمع دو بردار $\boldsymbol{V}$ و $\boldsymbol{U}$ بر طبق قانون متوازی الاضلاع تعریف می‌شود که در شکل (۱-۳) نشان داده شده است.



شکل ۱-۳ جمع بردار

جمع دو بردار $\boldsymbol{U}$ و $\boldsymbol{V}$ و یا تفریق آنها بدینگونه است که عملیات جمع و یا تفریق بر روی مؤلفه‌های آنها انجام می گیرد.

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} \pm \mathbf{V} = (u_1 \pm v_1)\mathbf{e}_1 + (u_2 \pm v_2)\mathbf{e}_2 + (u_3 \pm v_3)\mathbf{e}_3 \tag{۱-۷- الف}$$

در قالب مؤلفه‌ها:

$$(w_1, w_2, w_3) = (u_1 \pm v_1, u_2 \pm v_2, u_3 \pm v_3) \tag{۱-۷- ب}$$

در قالب اندیسی:

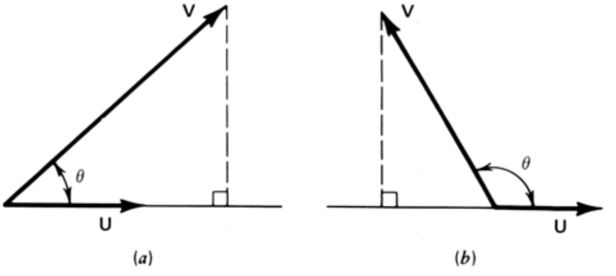
$$w_i = u_i \pm v_i \tag{۱-۸}$$

۱-۴ ضرب عددی

دو نوع ضرب برای بردار وجود دارد، ضرب عددی (یا داخلی) و ضرب برداری. در ضرب اول عدد در بردار ضرب می‌شود و در دومی بردار در بردار. در این قسمت به ضرب عددی می‌پردازیم. ضرب عددی دو بردار $\boldsymbol{U}$ و $\boldsymbol{V}$ بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{U}.\mathbf{V} = |\mathbf{U}||\mathbf{V}|\cos\theta \qquad (۱-۹)$$

که $|\mathbf{U}|$ مقدار مطلق طول بردار $\boldsymbol{U}$ و θ زاویهٔ صفحه‌ای و یا زاویهٔ بین دو بردار $\boldsymbol{U}$ و $\boldsymbol{V}$ که در صفحهٔ آنها اندازه‌گیری شده است، می‌باشد.



شکل ۱-۴ ضرب عددی بردارها

اگر یکی از بردارها، بردار یکه باشد؛ ضرب داخلی، طول تصویر بردار دیگر را در جهت بردار یکه نشان می‌دهد. برای مثال اگر $|\mathbf{U}| = 1$ باشد، $\mathbf{U}.\mathbf{V} = |\mathbf{V}|\cos\theta$ که تصویر $\boldsymbol{V}$ در جهت $\boldsymbol{U}$ است.

در مواقع استثنائی بردارهای یکه‌ای که در امتداد محورهای مختصات باشند، بصورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\boldsymbol{e_1}.\boldsymbol{e_2}=(1)(1)\cos 90^0 = 0$$

$$\boldsymbol{e_1}.\boldsymbol{e_1}=(1)(1)\cos 0^0 = 1 \qquad (۱-۱۰)$$

و نیز

$$\boldsymbol{V}.\boldsymbol{V}=(V)(V)\cos 0^0 = V^2 \qquad (۱-۱۱)$$

اگر V طول مطلق بردار $\boldsymbol{V}$ باشد می‌توان از مطالب بالا نتایج زیر را بدست آورد:

۱- حاصلضرب داخلی دو بردار عمود بر هم صفر است. نتیجتاً اگر ضرب دو بردار صفر باشد آنها بر یکدیگر عموداند.

۲- مجذور طول یک بردار را می‌توان با ضرب داخلی آن بردار در خودش بدست آورد.

۳- تصویر یک بردار در جهت دیگری بغیر از جهت خودش را می‌توان از حاصلضرب داخلی بردار در یک برداریکه در امتداد مورد نظر بدست آورد.

حاصلضرب عددی دو بردار ممکن است بصورت زیر نوشته شود.